DM de mathématiques n°4 (Correction)

Algèbre :

Exercice 1 : C'est la période des soldes

1) Voici les fonctions linéaires associées à chaque pourcentage de remise donnant le prix après remise en fonction du prix initial.

Remise	Fonction linéaire
20 %	$x \rightarrow 0{,}8\,x$
10 %	$x \rightarrow 0{,}9\,x$

2) Un pull qui coûtait 60 euros sera soldé à 48 euros
car $60 \times 0{,}8 = 48$ *(On remplace x par le prix du pull)*

3) Cette chemise coûtant 48 euros après une réduction de 20 %, le prix initial de cette chemise est la valeur de x telle que $0{,}8\,x = 48$, soit $x = 48 \div 0{,}8 =$ 60 euros.

4) Premier cas : Le magasin a donc opéré deux démarques, une de 20 % puis une de 10 %.
   a. Ainsi, si le prix de départ est noté x, le prix obtenu après ces deux réductions est obtenu en faisant :

$x \rightarrow 0{,}8 \times 0{,}9\,x$; soit $x \rightarrow 0{,}72\,x$
Donc, le prix après ces deux remises pour un article qui coûtait 80 euros est obtenu en remplaçant x par 80
Or $0{,}72 \times 80 = 57{,}6$ euros *(L'article coûtera donc 57 euros et 60 centimes)*

   b. Le pourcentage de réduction aura été de 28 % *(puisque* $0{,}72 = 1 - 0{,}28$*)*

5) Second cas : Ici le magasin effectue une baisse de 20 % puis ré-augmente les prix de 20 %
   a. En terme de fonctions linéaires, cela se traduit par : $x \rightarrow 0{,}8 \times 1{,}2\,x$; soit $x \rightarrow 0{,}96\,x$
   Ainsi, on ne retrouve pas le prix de départ.
   b. Cela correspond à effectuer une diminution de *4 %* *(car* $0{,}96 = 1 - 0{,}04$*)*

Exercice 2 : Pour se mettre au courant

1) Consommation des 6 lampes de 100 W durant 5 h : $6 \times 100 \times 5 = 3\,000\ Wh$, soit $3\ kWh$
Consommation du four de 2,1 kW durant $2h$: $2{,}1 \times 2 = 4{,}2\ kWh$
Consommation du chauffe-eau de 600 W durant 8 h : $600 \times 8 = 4\,800\ Wh$, soit $4{,}8\ kWh$
Consommation totale du dimanche : $3 + 4{,}2 + 4{,}8 = 12\ kWh$

2)
   a. La famille a payé 456 euros pour 3 800 kWh, ce qui donne un prix de $456 \div 3\,800$ pour un kilowattheure.
   C'est-à-dire 0,12 euros le kilowattheure *(soit 12 centimes d'euros du kilowattheure).*
   b. On souhaite déterminer sa consommation journalière, on considère qu'il y avait 30 jours pour chacun des 4 mois, soit $4 \times 30 =$ 120 jours. Ainsi, la consommation journalière moyenne est obtenue par le calcul suivant : $3\,800 \div 120$, soit une consommation moyenne d'environ $31{,}68\ kWh/jour$

3) La puissance ne pouvant excéder 12 kW à chaque instant, sur une journée *(24 heures)*, la consommation journalière maximale est donc obtenue par le calcul : $12 \times 24 = 288\ kWh$

Exercice 3 :

1) Figure à reproduire en vraies grandeurs sur une feuille blanche

2) Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

On remplace alors par les valeurs numériques : $BC^2 = 9^2 + 6^2 = 81 + 36 = 117$
Et donc, $BC = \sqrt{117} \approx 10{,}82\ cm$

3) Comme D est un point du segment $[AC]$ tel que $AD = \frac{1}{3}AC = \frac{1}{3} \times 6 = 2\ cm$
Ainsi, on peut alors rechercher la valeur de AE :
Comme :
- (DE) // (BC)
- Les points A, D et C sont alignés
- Les points A, E et B sont alignés

Alors, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC}$$

On remplace alors par les valeurs numériques :

$$\frac{2}{6} = \frac{AE}{9} = \frac{ED}{BC}$$

Et donc, on trouve : $AE = \frac{2 \times 9}{6} = 3cm$

4) Figure à compléter

5) Comme les points A, F, C et les points A, G, B sont alignés dans le même ordre
On calcule séparément :

- $\frac{AF}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
- $\frac{AG}{AB} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Donc, comme $\frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AB}$ alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, la droite (FG) est parallèle à la droite (BC)

6) On considère le cône C_1 obtenu en faisant tourner le triangle ABC autour de la droite (AB)

a. Un cône a pour base un disque *(ici, il s'agit d'un disque de rayon 6 cm)*
Donc, $B_1 = \pi R^2 = \pi \times 6^2 = 36\pi$

b. Le volume d'un cône est donné par la formule : $V = \frac{1}{3} \times B \times h$
Ici, $V_1 = \frac{1}{3} \times B_1 \times AB = \frac{1}{3} \times 36\pi \times 9 = 108\pi$